

姜伯驹小传

尤承业

215

摘要

姜伯驹，拓扑学家。1937年9月4日生于天津，汉族，祖籍浙江苍南。

姜伯驹是北京大学数学科学学院教授，中国科学院院士，发展中世界科学院（TWAS）院士。

姜伯驹主要研究不动点理论与低维拓扑学。早年，他在不动点理论中Nielsen数的计算方面取得突破性进展，所创的方法在国外称为“姜子群”、“姜空间”。1979年以后他研究Nielsen不动点猜想（映射的Nielsen数等于其同伦类中的最少不动点数）的问题，证明了在无局部分割点的多面体中，除曲面外该猜想都成立；而在曲面上，对于自同胚成立但对于自映射一般不成立。姜伯驹开拓了Nielsen式的周期点理论，探索其与动力系统的联系。他关注二维动力学中周期解图像的辫结现象，辫型之间的胁迫关系怎样通过计算来确定，他与郑浩一起首创了算法。关于图形的手性，姜伯驹与王诗成合作，证

姜伯驹与数学教育

明了三维欧氏空间中标记式无手性的多面体一定能嵌入平面；由此引发出低维流形上吸引子的拓扑性质的研究。

姜伯驹认为中国数学的发展，关键在培养年青人。他十分关心我国大学数学教育的发展，面对社会变革中的新情况，切实地推动北京大学的数学教学提高质量，以求适应科学的发展和社会的需要。

(一)

姜伯驹的父亲姜立夫是我国著名数学家，中国近代数学最有成效的开拓者之一。母亲胡芷华出身于教育世家，受过高等教育，姜伯驹的舅舅胡敦复、胡明复、胡刚复都是我国近代数理学科的先驱。这样的家庭背景使姜伯驹在少年时代就对科学产生了浓厚的兴趣。他天资过人，勤奋好学。7岁在上海进小学，以后尽管接连搬家环境不安定，他却在转学时一再跳级。1953年，他以全国第二名的优异成绩进入北京大学数学力学系，当时刚满16周岁。

在大学里，姜伯驹的学习成绩一直名列前茅。1955年和1956年，他两次被评为北京大学三好学生，并因此在1956年获得北京大学银质奖章。四年级学的是拓扑学专门化，毕业论文的指导老师是廖山涛先生。大学阶段的学习，使他打下了扎实而广博的数学基础，并且培养了从事科学研究的能力。

1957年大学毕业后，姜伯驹留在北京大学数学系工作。1961年起跟随江泽涵先生研究拓扑学。1978年春，他越级提升为副教授，1983年晋升为教授，是当时北京大学最年轻的教授之一。1995-1998年担任北京大学数学科学学院的首任院长。

1978年底至1981年初，姜伯驹在美国作学术访问。他先应邀在普林斯顿高等研究所工作一年，随后又去加州大学伯克莱分校和洛杉矶分校讲学。在这期间，他还访问了北美和欧洲的一些著名大学。1984年秋和1987年秋，他分别在美国伯克莱数学科学研究所和普林斯顿大

学工作；1986年和1993年他曾访问德国海德堡大学；1989年春，他访问日本冈山理科大学；1992年秋访问加拿大卡尔顿大学；1993年又在加州大学洛杉矶分校工作；1994，1995年两次到西班牙巴塞罗那数学研究中心访问；1999年在美国艾奥华大学和巴西圣保罗大学工作，2003年在韩国高丽大学讲学。

1980年，他被选进中国科学院的数学物理学部，成为当时中国最年轻的学部委员之一。1985年被选为第三世界科学院（TWAS）院士。1985年南开数学研究所成立之初，他兼任该所副所长，并主持了1986–1987微分几何与拓扑学术年的工作。1978–1987年任中国数学会的理事，1983–1987年还担任中国数学会教育工作委员会主任；1989–1997年任北京市数学会理事长。1995–2000年他担任教育部高等学校理科数学与力学教学指导委员会主任。1999–2005年担任科技部“国家重点基础研究发展规划”的“核心数学的前沿问题”项目首席科学家。

姜伯驹是第七、八、九、十届全国政协委员，第五，六届全国青联常委。

姜伯驹于1968年与徐川荣女士结婚，她是一位医生，他们有两个女儿。

（二）

姜伯驹是我国著名的拓扑学家，在不动点理论领域做出了杰出的贡献。他也是最先把低维拓扑学介绍到国内来，并开展研究工作的学者。

Nielsen数的计算

不动点理论是20世纪数学发展中的一个重要课题。它是数学中研究方程的一种框架。空间 X 的自映射 $f: X \rightarrow X$ 的不动点就是 X 中在

f 的作用下不变的点，也就是方程 $f(x)=x$ 的解。因此不动点理论是早期拓扑学的核心课题。大数学家 Poincaré, Brouwer, Lefschetz, Hopf 等在不动点的存在性方面作出了经典的贡献。用拓扑方法研究不动点的核心问题是用映射的拓扑不变量判断不动点的存在性与估计不动点的个数。1923年美国数学家 S. Lefschetz 提出了 Lefschetz 数 $L(f)$ 的概念，并且证明在 $L(f) \neq 0$ 时， f 一定有不动点，从而提出了判断不动点存在的有效方法。1927年丹麦数学家 J. Nielsen 把不动点划分为不动点类，每个类有一个指数，指数不为0的不动点类的个数就是映射 f 的 Nielsen 数 $N(f)$ ，它是与 f 同伦的所有映射的不动点个数的公共下界。以后 Nielsen 不动点理论发展中的两个基本问题是“Nielsen 数的计算问题”和“Nielsen 数的实现问题”。但是几十年内进展缓慢。

Nielsen 数不像 Lefschetz 数那样可以用同调群计算，一直找不到计算方法。这是 Nielsen 理论发展中的主要障碍。1962年，姜伯驹在这个问题上取得了突破。他提出了映射 f 的迹群 $J(f)$ 的概念，它是空间 X 的基本群 $\pi_1(X)$ 的子群。他证明：当 $J(f)=\pi_1(X)$ 时，映射 f 的所有不动点类的指数相等；特别当 f 的 Lefschetz 数 $L(f)$ 不为0时，该指数不为0，从而 $N(f)$ 就是不动点类的个数。在此基础上，他对包括李群在内的较为广泛的一类空间给出了计算 $N(f)$ 的方法。同时，他又针对有限层的覆盖空间提出了均值公式，作为计算 $N(f)$ 以及各不动点类指数的工具。

姜伯驹的这篇论文是不动点理论的一大进展，迅速引起国际同行的瞩目。美国数学家 R. F. Brown 在他的专著中专门用一章来介绍姜伯驹的工作。姜伯驹提出的新概念被称为“姜群”、“姜空间”，成为国际上流行的术语。

姜伯驹在工作中发展了 Nielsen 的方法，从复叠空间和提升映射来定义不动点类。这比国外流行的借助于连结道路的方法要复杂得多，然而在理论上更加深刻，更加透彻。姜伯驹的研究工作在“文化大革

命”时期中断了十多年，这期间在他的成果的影响下国外出现了不少新工作。当姜伯驹1977年恢复研究工作时，凭借方法上的优势，他很快把握了发展动向，重新站到该理论的世界前沿。

Nielsen不动点猜想

姜伯驹在解决“Nielsen数的实现问题”上做了一系列决定性的工作。Nielsen数是一个同伦不变量。“Nielsen数的实现问题”是：能不能找到一个同伦于 f 的映射，其不动点个数恰好是 $N(f)$ ？Nielsen本人设想这是能够实现的，所以被称为Nielsen不动点猜想。1940年F. Wecken作了奠基性的贡献，证明对于维数不小于3的流形，这猜想成立。1964年石根华推广到无局部分割点且维数不小于3的多面体。1980年姜伯驹引进“特殊同伦”等概念，用完全不同的方法不但简化了石根华的证明，而且得出结论：对于无局部分割点的连通多面体，只要它不是欧拉示性数小于0的曲面，Nielsen数都能实现。这样，问题就集中到Nielsen当初研究的曲面的情形。姜伯驹用低维拓扑学的方法给出了答案。

低维流形的研究在1960年代日趋活跃，到1970年代末，它已经是数学中发展最快、影响最大的研究领域之一。姜伯驹首次访美在普林斯顿时，以主要精力参加项武忠主持的讨论班，学习低维拓扑学。这成为他的数学生涯的转折点。

1981年，姜伯驹成功地应用W. P. Thurston关于曲面自同胚分类的工作，证明了对于面上的自同胚来说，Nielsen数是可以实现的。

1984年，姜伯驹又出人意料的用辫群作工具，经过巧妙的计算，构造了一个曲面的自映射 f ，它的Nielsen数 $N(f)=0$ ，但是任何与 f 同伦的映射都有不动点。1985年他进一步在欧拉数小于0的每个曲面都造出这样的自映射，也就是说，欧拉数为负数的曲面确是例外，Nielsen数并非总能实现。这样，Nielsen的不动点猜想得到了全面的解答。

为了说清楚曲面自同胚的不动点类的性态，姜伯驹与郭剑寒一起制定了自同胚在同痕下的一种标准形式，它在迭代、有限群作用下都能保持，所以对于周期点、等变不动点的研究都很有用。姜伯驹还与王诗宓、吴英青一起证明了：对于所有具有几何分解的有向三维闭流形（根据现已获证的Thurston几何化猜想，这等同于说，对于所有不可约的有向三维闭流形），保向自同胚的Nielsen数也是可实现的；而且在很宽松的条件下，保向自同胚能同痕成无不动点的。

Nielsen式的周期点理论

鉴于周期轨道在动力系统理论中的重要性，姜伯驹与B. Halpern互相独立地提出了Nielsen式的周期点理论。Halpern发表稍早，不久就中断了，而姜伯驹系统地展开了这个理论。自映射 $f: X \rightarrow X$ 的周期点就是 f 的多次迭代的不动点，一个点被 f 作用若干次以后如能回到原处，就产生一个周期轨道。由于不同周期的轨道之间互相制约，周期点理论比不动点理论要丰富得多，复杂得多。姜伯驹探索了Nielsen式的周期点理论与动力系统理论的联系，用渐近Nielsen数估计一个同伦类中所有映射的拓扑熵的下界，引进了广义Lefschetz数、Lefschetz zeta函数等概念并讨论其计算问题。

1980年代初Boylard和Mastuoka注意到，二维动力学中的周期解在添上时间坐标后的三维图像呈现为辫子（braid），而且每个辫子会引发出若干（可能无穷多个）别的辫子，这种引发关系称为辫型的胁迫（forcing）顺序。姜伯驹很早认识到这个现象与Nielsen周期点理论的本质的联系，多次论及。他与郑浩一起发表了一个算法（algorithm），从任意一个辫出发，可以把它所胁迫的辫型一一计算出来。

手性问题和流形自同胚的吸引子

以化学中的手性问题为背景，姜伯驹与王诗成一起提出了标记式手性的概念，并且证明了三维欧氏空间中标记式无手性的多面体一定能嵌入平面。对于非多面体，姜、王、郑浩和周青后来用螺线圈（solenoid）举出了反例。从这项研究引发出关于三维流形上自同胚的吸引子怎样制约流形拓扑性质的探讨。姜、王和倪忆指出，一个三维流形上能有个自同胚其吸引子全部是螺线圈，当且仅当这个流形是透镜空间。

纽结理论

姜伯驹证明了纽结 concordance 群是无限生成的 Abel 群。

建立 twisted Alexander 多项式的概念，姜与王诗成合作的论文是先驱者之一。

Stallings 的问题：除纤维纽结以外，纽结补空间的无限循环覆盖能嵌入三维欧氏空间吗？过去无从下手，毫无信息。姜、王、倪忆和周青在构作螺线圈时发现，纽结表中的 9_{46} 属于能嵌入的，而不能嵌入的是大多数。

关于三维欧氏空间中的闭合带子有一个 White 公式

$$\text{Linking} = \text{Twist} + \text{Writhe}$$

把带子两侧的环绕数、带子的扭转度、绞拧度这三个数量联系起来，在 DNA 的研究中起过重要作用。姜伯驹给出了这个公式的折线形式，不但更贴近 DNA 应用的实际，而且概念初等，计算方便，完全避免了深奥的奇异重积分。他把这个折线形式及其证明轻松地写在小册子里面，奉献给高中生。

(三)

姜伯驹在不动点经典问题上的里程碑式的工作，以及他在不动点研究中使之与动力系统和低维拓扑学相互渗透的努力，对 Nielsen

姜伯驹与数学教育

不动点理论重新成为一个活跃的数学分支起了关键作用。这使他在国际上享有很高的声誉。几十所大学、研究所邀请他去讲学。1988年春他主持了天津国际不动点会议，并主编该会议的论文集。此后，在国际、国内，他参与了多个学术会议的组织委员会，多个学术杂志的编辑委员会。

他的专著《Nielsen 不动点理论讲座》(Lectures on Nielsen Fixed Point Theory)，是在美国加州大学讲课的讲稿整理而成，以介绍他自己的工作为主。书中包括了他的许多未发表的研究成果，还提出了不少新概念、新思想，如周期点的 Nielsen 型数和不动点类函子等。这本书代表了当时不动点理论研究的新水平。该书作为《当代数学丛书》(Contemporary Mathematics) 的第14册，于1983年由美国数学会出版，是“文革”后我国数学家直接在国外出版的第一本专著。英国数学家 Armstrong 在为伦敦数学会写的书评 (Bull. LMS, 1984) 中称“(Nielsen 不动点理论这些基本问题的) 主要贡献是由包括本书作者的中国数学家们取得的，”并指出它“无疑将激发这个领域的进一步研究”。

姜伯驹的成就得到国内外同行的高度赞誉。在 James 主编的拓扑学史 (History of Topology, Elsevier Science, 1999) 中，由美国数学家 Brown 执笔的第10章和由丹麦数学家 Hansen 执笔的第37章都强调了姜伯驹的贡献。特别在第10章“不动点理论”中，在总共29页的篇幅中用了7页详细叙述了姜伯驹的工作，他的名字被提到40次。在第37章“Jakob Nielsen 及其对拓扑学的贡献”中，当讲到姜的发现，在曲面上映射同伦类的最少不动点数会大于 Nielsen 数并且两者的差距可以任意大时，Hansen (《Nielsen 数学论文全集》的主编) 写道，“这对于 Nielsen 准会是个惊奇”。

姜伯驹的研究工作多次受到嘉奖。1978年，他和江泽涵、石根华的“关于不动点类理论”项目，他和张恭庆、姜礼尚合作的“带

间断非线性项偏微分方程的理论与应用”项目同时获得全国科学大会奖。1982年，他和石根华的“不动点类理论”项目获得国家自然科学三等奖。1986年，他和尤承业的“Nielsen不动点理论”项目获得国家教委科技进步一等奖。1987年，他的“曲面自映射的不动点理论”项目获得国家自然科学二等奖。1988年，他又因为不动点理论方面的成就荣获该年度的陈省身数学奖。1996年获得何梁何利基金科学技术进步奖的数学奖。2002年由于不动点理论和低维拓扑方面的研究获得华罗庚数学奖。

(四)

姜伯驹把发展我国数学事业视为己任。在研究工作上，他事业心强，勤奋努力，从来不满足已有成果，不断为自己提出新课题。他高瞻远瞩，总是以学科发展中关键性的和影响大的问题为目标，努力开辟新研究领域，为后人铺平道路。

姜伯驹从访问美国时起，亲身感受了当代数学高歌猛进的大潮，深切体会到中国数学要赶上去，关键在培养年青人。1980年，他利用夏天回国开会之机在北京大学介绍了 Thurston 关于曲面的工作。1981年回国后，他马上带领一批年轻人开展低维流形的研究。在他的影响下，一批年轻人赴美在低维流形方面深造，并且取得好的成果。其中一些人回国后成为我国拓扑学研究的骨干。他在研究生身上倾注了大量心血，严格要求他们潜心做学问，鼓励他们勇于发问，敢于思考大问题；又满腔热情地帮助他们，给予许多切实的指导。

他也十分关心我国大学本科数学教育的改革。他1995-2000年担任教育部高等学校理科数学与力学教学指导委员会主任委员期间，负责“面向21世纪数学类专业教学内容和课程体系改革”项目，推动大学数学教育与时俱进，以适应科学的发展和社会的需要。同时他踏踏

姜伯驹与数学教育

实实在在地从基层抓起。面对数学教材的老化和教师队伍的新老交替等问题，他在北京大学数学科学学院发起并且主持了一个教学改革小组，定期讨论课程建设和教材建设，有力地推动了数学基础课教学的前进。数学学院的“数学基础研究与人才培养基地建设”项目后来曾在2001年获得国家级教学成果奖的首届特等奖。

姜伯驹热爱自己的教师职业。从留校工作的第二年起，他就承担课程主讲任务，并一直是数学系的教学骨干。1980年以后，尽管科研任务重，社会工作忙，他总把教书育人看作自己第一位的本职工作。在帮手不够的年代曾耗费大量时间亲自开设多门新课，帮助学生打下更坚实宽广的基础。姜伯驹对自己的教学工作精益求精。同调论这门课他讲了多次，每一次都有大的改进，讲义经常修改。在课堂上他从不照本宣科，总是高屋建瓴，对所讲的内容进行整理加工。深奥的理论经他讲解既明白易懂，又不失深刻性，深得学生的欢迎。学生们对姜伯驹课堂教学的一些评价：“清晰且具有条理的板书和讲义，细致而又生动的讲授，深入浅出，易于理解，并且经常提出有趣的问题来激发我们的思考。在保持理论完整性的同时，又能将代数拓扑学中诸多抽象的概念和方法形象地表述和解释给听者，每堂课的内容都令人印象深刻”。“姜老师是我们学院最受欢迎的老师之一，我非常喜欢听他的课。最令我们感动的是，姜老师身为院士，科研工作十分繁忙，但他仍坚持关注学生作业的批改，目的是从中找出具有共性的问题，及时调整自己的讲课方法。”

由于对教育工作的杰出贡献，他2002年被中华全国总工会授予全国五一劳动奖章；2006年得到教育部的第二届全国高等学校教学名师奖；2007年被教育部与人事部表彰为全国模范教师；2008年他又获得“北京市人民教师奖”。

姜伯驹还热衷于科普工作，并且取得显著成绩，他的两本科普读物《一笔画和邮递路线问题》与《绳圈的数学》深受广大数学爱好者的欢迎。

姜伯驹为人正直，待人诚挚。他责任心很强，对工作一丝不苟，精益求精，凡是经手的事，都十分认真，并讲求实效。他还是一个极容易共事的人，无论是在学术讨论中，或做其他工作时，他总是谦虚谨慎，平等待人，助人为乐。姜伯驹的高尚品质和他的学术成就为他的学生，同事和国内外同行所敬重。

代表性论著

著作：

- [1] Jiang B-j. 1983. *Lectures on Nielsen Fixed Point Theory*. Contemporary Mathematics, vol. 14, Providence: American Mathematical Society.
- [2] 姜伯驹. 1991. 绳圈的数学. 长沙：湖南教育出版社。
- [3] 姜伯驹. 2006. 同调论. 北京：北京大学出版社。

论文：

- [1] 姜伯驹. 1964. Nielsen 数的估计. 数学学报, 14: 304–312. 英译: Jiang B-j. *Estimation of the Nielsen numbers*. Chinese Math. — Acta, 5: 330–339.
- [2] Jiang B-j. 1980. *On the least number of fixed points*. Amer. J. Math., 102(4): 749–763.
- [3] Jiang B-j. 1981. *A simple proof that the concordance group of algebraically slice knots is infinitely generated*. Proc. Amer. Math. Soc., 83(1): 189–192.
- [4] Jiang B-j. 1981. *Fixed points of surface homeomorphisms*. Bull. Amer. Math. Soc., 5(2): 176–178. 译文: Jiang B-j, Guo J-h. 1993. *Fixed points of surface diffeomorphisms*. Pacific J. Math., 160(1): 67–89.
- [5] Jiang B-j. 1984. *Fixed points and braids*, Invent. Math., 75: 69–74. II, Math. Ann., 272 (1985): 249–256.
- [6] Jiang B-j. 1989. *Surface maps and braid equations*. In: Differential geometry and topology (Tianjin, 1986), Lecture Notes in Math., vol. 1369. Berlin: Springer: 125–141.
- [7] Jiang B-j. 1992. *Periodic orbits on surfaces via Nielsen fixed point theory*. In: Topology Hawaii (Honolulu, 1990). Singapore: World Scientific: 101–118.

姜伯驹与数学教育

- [8] Jiang B-j. 1993. *Nielsen theory for periodic orbits and applications to dynamical systems*. Nielsen theory and dynamical systems (South Hadley, 1992), Contemp. Math., vol. 152. Providence: Amer. Math. Soc.: 183–202.
- [9] Jiang B-j, Wang S-c. 1993. *Twisted topological invariants associated with representations*. In: Topics in Knot Theory (Erzurum, 1992), NATO Adv. Sci. Inst. Ser. C Math. Phys. Sci., vol. 399. Dordrecht: Kluwer: 211–227.
- [10] Jiang B-j. 1998. *Bounds for fixed points on surfaces*. Math. Ann., 311(3): 467–479.
- [11] Jiang B-j, Llibre J. 1998. *Minimal sets of periods for torus maps*. Discrete Contin. Dynam. Systems, 4(2): 301–320.
- [12] Jiang B-j, Wang S-c. 2000. *Achirality and planarity*. Commun. Contemp. Math., 2(3): 299–305.
- [13] Jiang B-j, Wang S-c, Wu Y-Q. 2001. *Homeomorphisms of 3-manifolds and the realization of Nielsen number*. Comm. Anal. Geom., 9(4): 825–877.
- [14] Jiang B-j, Ni Y, Wang S-c. 2004. *3-manifolds that admit knotted solenoids as attractors*. Trans. Amer. Math. Soc., 356(11): 4371–4382.
- [15] Jiang B-j, Ni Y, Wang S-c, Zhou Q. 2006. *Embedding infinite cyclic covers of knot spaces into 3-space*. Topology, 45(4): 691–705.
- [16] Jiang B-j, Zheng H. 2008. *A trace formula for the forcing relation of braids*. Topology, 47(1): 51–70.

参考文献

- [1] Armstrong M A. 1984. *Book Review: Lectures on Nielsen Fixed Point Theory*. Bull. London Math. Soc. 16(3): 324–325.
- [2] James I M. 1999. *History of Topology*. Amsterdam: Elsevier.
- [3] Brown R F. 1999. *Fixed point theory*. Chapter 10 in [2]: 271–299.
- [4] Hansen V L. 1999. *Jakob Nielsen and his contributions to topology*. Chapter 37 in [2]: 979–989.

《二十世纪中国知名科学家学术成就概览》
之《数学卷》第四册, 科学出版社, 页40–47, 2012年8月